

10.03.25

Cinemática em 1 dimensão (Mov. Linear)

Aula 1 - Cinemática (1 dimensão)

- posição

- deslocamento ($\Delta x = x_2 - x_1$)

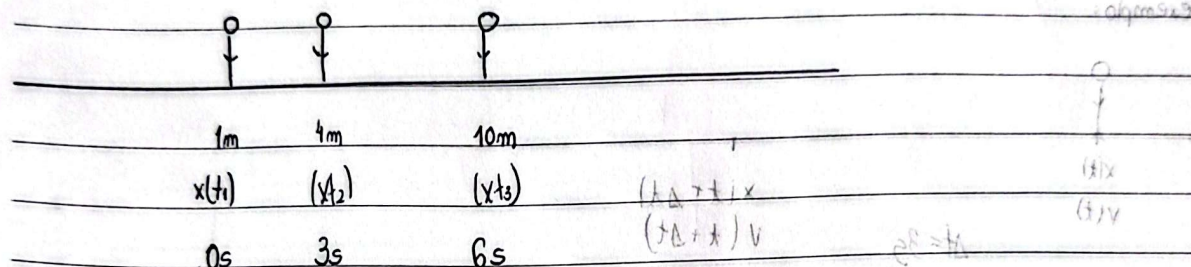
- velocidade média ($\frac{\Delta x}{\Delta t}$)

- ΔS

- $V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ velocidade escalar média

$$\frac{(t_2)V - (t_1 + t_2)V}{\Delta t} = \bar{v}$$

exemplo



$$\bar{V} = \frac{10-1}{6} = 1,5 \text{ m/s}$$

$$\Delta x_1 = 3\text{m} \quad \Delta t_1 = 3\text{s} \Rightarrow \bar{V} = 1 \text{ m/s}$$

$$\Delta x_2 = 6\text{m} \quad \Delta t = 3\text{s} \Rightarrow \bar{V} = 2 \text{ m/s}$$

o deslocamento é $\rightarrow \Delta x = x(t+\Delta t) - x(t)$

$$\bar{V} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$\frac{(t)V - (t+\Delta t)V}{\Delta t} = \bar{v}$$

$$V(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

$$V(t) = \frac{dx}{dt}$$

Velocidade Instantânea (Velocidade)

* derivada é a taxa de variação de algo $\rightarrow$ derivada temporal $\rightarrow$ variação

• A velocidade é a taxa de variação da posição em relação ao tempo

$$\frac{dx}{dt} = \frac{v}{1} = v$$

10.08.25

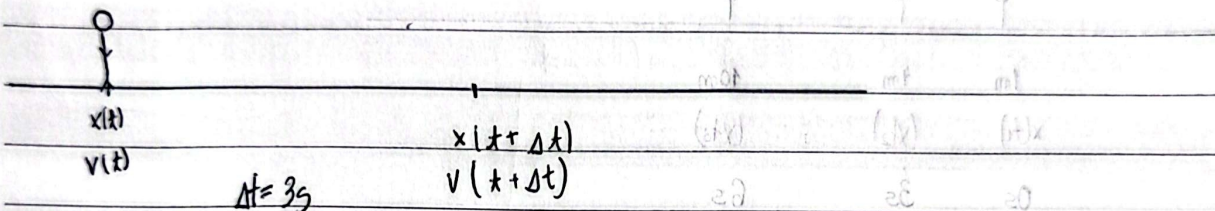
Exemplo: $x(t) = 4t^2 - 2t^3 + 5$, qual é a velocidade no instante 2s?

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 12t^2 - 4t$$

$$v(t) = 12t^2 - 4t$$

• aceleração média $\left(\bar{a} = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} \right)$

exemplo:



$$\bar{a} = \frac{1-9}{3} = -\frac{8}{3} \text{ m/s}^2$$

$$a(t) = 24t - 4$$

• aceleração instantânea

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

• unidades de medida

(obtido de v)

$$x_b = (t)V \quad \Rightarrow \quad x_b = (t)V - (t+\Delta t)V \quad \text{ml} = (t)V$$

$$[x] = m$$

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{m}{s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{m}{s^2}$$

$$[t] = s$$

$$[v] = \frac{[x]}{[t]} = \frac{m}{s}$$

10.03.2015

Fazendo o caminho inverso

$$a = 3 \text{ m/s}^2$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\int_{v_0}^{v(t)} dv = \int_0^t a dt = v(t) - v_0$$

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a dt$$

$$v_1(t) = 4t + 5 \quad v_2(t) = 4t + 8$$

$$a_1 = 4 \text{ m/s}^2 \quad a_2 = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v(t) = v_0 + at$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$\int_{x_0}^{x(t)} dx = \int_0^t v dt = x(t) - x_0$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2 \quad t=0 \rightarrow v_0 = 3 \text{ m/s} \quad x = (t)x$$

$$v(t) = 3$$

Resumindo

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t') dt'$$

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a(t') dt'$$

12/03/2015

FORONI

12. ⁰³~~10~~. 25

Se $a = \text{constante}$

$$V(t) = V_0 + \int_0^t a dt' = V_0 + V_0 + a$$

Se $a = \text{constante}$

$$v(t) = V_0 + \int_0^t a dt' = V_0 + a \int_0^t dt'$$

$$V(t) = V_0 + at$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t V_0 dt' + \int_0^t at' dt'$$

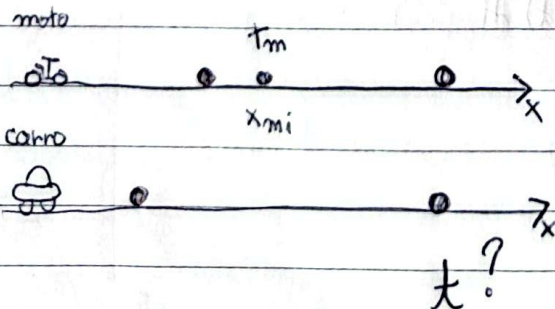
$$x(t) = x_0 + \int_0^t (V_0 + at') dt'$$

$$x(t) = x_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Resolvendo exercício

$$a_m = 8,40 \text{ m/s}^2 \quad a_c = 5,60 \text{ m/s}^2$$

$$V_{mm} = 583 \text{ m/s} \quad V_{mc} = 106 \text{ m/s}$$



* a moto tem dois regimes de movimento

MUV no início e MU no final

* carro não temos

$X_m = X_c$ → temos que achar uma equação como essa,
(em função do tempo)

$$0 \leq t \leq t_m \quad t_m < t$$

$$X = X_0 + V_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$X = X_0 + V_0 t$$

$$X_m = \frac{a_m t^2}{2}$$

$$X(t) = X_{m1} + V_{mm}(t - t_m)$$

$$V = V_0 + a t$$

$$V_m = a t_m$$

$$t_m = \frac{58.8}{8.40} = 7.0 \text{ s}$$

$$V_{mm} = a_m t_m \Rightarrow t_m = \frac{V_{mm}}{a_m}$$

$$X_{m1} = \frac{a_m t_m^2}{2} = \frac{a_m V_{mm}^2}{2 a_m^2} = \frac{V_{mm}^2}{2 a_m} = \frac{58.8^2}{2 \cdot 8.40} = 205.8 \text{ m}$$

$$0 \leq t \leq t_c$$

$$X_m = X_c$$

$$X = X_0 + V_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$X_{m1} + X_{mm}(t - t_m) = \frac{a t^2}{2}$$

$$X_c = \frac{a t^2}{2}$$

$$\frac{a t^2}{2} - V_{mm} t + (V_{mm} t_m - X_{m1}) = 0$$

12.03.2025

$$t = V_{mm} \pm \sqrt{V_{mm}^2 - \frac{4a_c}{2} (V_{mm} t_m - X_{mi})}$$

ac

Resposta

$$t = V_{mm} \pm V_{mm} \sqrt{1 - \frac{a}{a_m}}$$

ac

$$t_1 = 16.65$$

$$t_2 = 4.445$$

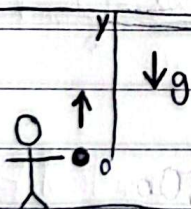
* conferindo a resposta

$$X_c = \frac{a_c t^2}{2}$$

$$V_{mc} = a_c t_c = t_c = V_{mc} = 106 \quad t_c \approx 18.95$$

ac 560

* não coloca valores numéricos



$$y_{max} = ?$$

$$y = y_0 + V_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$t_0 = 0$$

$$V_0 = 12 \text{ m/s}$$

$$y_0 = 0$$

$$y = y_0 + V_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$y = V_0 t - g \frac{t^2}{2}$$

Teste 1. (capítulo 2)

a. $\Delta x = 5 - (-3) = 8$

b. $\Delta x = -7 - (-3) = -4$

c. $\Delta x = -3 - (+7) = -10$

deslocamentos negativos

Velocidade Média

é a razão entre o deslocamento (Δx) e o intervalo de tempo (Δt)

• unidade no SI: metros/segundo

$$V_{\text{média}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Velocidade escalar média

a velocidade $S_{\text{média}}$ é definida em termos de distância total percorrida (independente da direção, portanto é sempre positiva)

$$S_{\text{média}} = \frac{\text{distância total}}{\Delta t}$$

exemplo: velocidade média de um carro velho

Depois de dirigir um carro em uma estrada retilínea por 8,4 Km a 70 Km/h, você para por falta de gasolina. Nos 30 min seguintes, você caminha mais 2,0 Km ao longo da estrada até chegar em um posto de gasolina.

Qual foi o seu deslocamento total, do início da viagem até chegar no posto de gasolina?

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (8,4 + 2) - 0 = 10,4 \text{ Km}$$

13. 03. 2025

Qual é o intervalo de tempo (Δt) entre o início da viagem e o instante em que você chega ao posto?

$$70 \text{ km/h} = \frac{8,4}{t} \quad t = \frac{8,4}{70} = 0,12 \text{ h}$$

$$\begin{array}{l} 1 - 60 \\ 0,12 - x \end{array} \quad X = 7,2 \text{ min}$$

$$30 + 7,2 = 37,2 \text{ min}$$

Qual é a velocidade média (V_{med}) do início da viagem do início da viagem até chegar ao posto de gasolina?

Determine numericamente e graficamente.

$$V_{med} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{10,4 - 0}{37,2 \text{ min}} \Rightarrow \frac{10,4 \text{ km}}{37,2 \text{ min}}$$

$$0,27 \text{ km/min} \rightarrow 0,27 \text{ km/min}$$

$$\begin{array}{l} 60 - 1 \\ 37,2 - x \end{array} \quad \begin{array}{l} 60x = 37,2 \\ x = 0,62 \end{array}$$

$$\frac{10,4}{0,62} \rightarrow 16,7 \text{ km/h}$$

$$1000 - 1$$

X

10

10

10

10

10

10

10

10

10

10

10

10

10

10

0,62

Velocidade Instantânea (velocidade)

A velocidade instantânea em um dado instante é dada pela inclinação do gráfico da posição x em função do tempo t nesse instante.

A velocidade escalar instantânea é o MÓDULO da velocidade instantânea.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

teste 2 (capítulo 2)

As equações a seguir fornecem a posição $x(t)$ de uma partícula em quatro casos (em todas as equações x está em metros; t está em segundos, e $t \geq 0$):

(1) $x = 3t - 2$

(3) $x = 2/t^2$

(2) $x = -4t^2 - 2$

(4) $x = -2$

• Em que caso(s) a velocidade v da partícula é constante? (1) e (4)

• Em que caso(s) a velocidade v está orientada no sentido negativo do eixo x ? (2)

É constante em (1) e (4)

(1) $x = 3t - 2$

$$v = \frac{3t - 2}{\Delta t} \rightarrow 1$$

(3) $v = \frac{2}{t^2} \rightarrow \frac{t^2}{2\Delta t} \rightarrow 2$

(2) $v = \frac{-4t^2 - 2}{\Delta t} \rightarrow -8t$

(4) $= \frac{-2}{\Delta t} = 0$

13 . 03 . 2025

Aceleração

aceleração MÉDIA é a razão entre a variação de velocidade (Δv) de uma partícula e o intervalo de tempo Δt durante o qual a variação ocorre

$$a_{\text{méd}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

aceleração INSTANTÂNEA é a derivada primeira da velocidade $v(t)$ em relação ao tempo e a segunda derivada da posição $x(t)$ em relação ao tempo

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$